

## Metainformatika

Přece však míníme, že vědění a porozumění náleží spíše umění než zkušenosti, a za moudřejší než lidi zkušené a zběhlé pokládáme odborné znalce, v přesvědčení, že každý má moudrost tím větší, čím vyšší je stupeň jeho vědění. Soudíme tak proto, že jedni znají příčinu, druzí nikoli. Neboť lidé zkušení sice vědí, že něco jest, ale nevědí proč to jest; avšak oni vědí, proč to jest, i znají příčinu.

Aristotelés, *Metafysika*, překlad Antonína Kříže, Praha 1946, str. 35

Od roku 1999 se vždy 5. října, v den narozenin Václava Havla, uděluje Cena Nadace Dagmar a Václava Havlových VIZE 97. Uděluje si těm lidem, kteří nejen dosáhli věhlasu ve své vědní oblasti, nýbrž dokázali tento obor/obzor překročit, vrátit se zpět do přirozeného světa a vydat (krásné, ale zpravidla i varovné) svědectví o tom, jak to v takovém jiném světě chodí. Krásně to vyprávějí pohádky: do jiného království, jiné říše, jiného světa - světa matematiky, světa poezie, světa motorů nebo třeba i světa informatiky se nelze dostat jen tak, nelze se tam ocitnout třeba, že se něčemu „naučíme“. Je zapotřebí jistého hlubokého vnitřního prožitku, proměny. V pohádkách je to symbolizováno obětí, dobrým nezištným skutkem – dát dědovi buchtu, zachránit mravence... A tak se to tam podaří jen jednomu ze tří bratrů. Oba zbývající jsou jen chtiví, snaží se předstírat, že tam také byli – něco se „naučí“, něco opíší, vše zvládnou popřípadě nějakým turbo-studiem, opatří si tituly – nic to nepomůže, po dvou větách každý, kdo tam byl, pozná, že oni tam nikdy nebyli. *Mají* vzdělání (nebo si ho *doplnili*), ale vzdělání *nejsou*. Ten Honza, který vykonal cestu „tam a zase zpátky“, je vědoucí, je vnitřně proměněný a po návratu do přirozeného světa – do své vesničky, nezačne organizovat civilní obranu proti drakům; ti byli tam, v jiném království, tady jsou jiná nebezpečí a on je vidí. On totiž ví, „proč to jest, i zná příčinu“.

Před deseti lety – v roce 2002 – dostal tuto cenu významný představitel informatiky a současně kacíř, Joseph Weizenbaum. Toho k poznání a proměně přivedla zkušenost s jeho slavným program ELIZA. Ten napodoboval, připomínám, rogeriánského psychoterapeuta, který nechává mluvit pacienta a svými otázkami ho jen v tom povzbuzuje. Tyto otázky jsou jednoduchými transformacemi předchozích odpovědí pacienta. Program je neuvěřitelně krátký a prostý a přitom nesmírně účinný.<sup>1</sup> Tehdejší hlavní představitel americké psychiatrie Colby v tomto programu spatřil možnosti automatické psychiatrie, která by mohla ušetřit obrovské výdaje státních nemocnic a psychiatrických klinik: na chodbě by tam byly řada počítačů a každá pacientka by si tam s nimi mohla popovídat a neobtěžovat lékaře.<sup>2</sup> A účinné by to být mohlo. V Praze vyprávěl Weizenbaum, jak ho jeho sekretářka, která nepochybně věděla, na čem se taková počítačová konverzace zakládá, jednou požádala o strpení – že právě probírá s Elizou jisté intimní záležitosti.

---

<sup>1</sup> Eliza „dostala“ i mne: kdysi dávno jsem si napsal jednoduchou verzi (na velkém sálovém počítači bez terminálů), nechal jsem ji v angličtině, abych se nemusel trápit flexí češtiny. Konverzace byla po chvíli proto hodně nudná. Napsal jsem tehdy (česky): „ELIZA JE VUL“. Dostal jsem jednu z odpovědí, kterou jsem si tam před chvíli sám dal – a přesto mne udivila: „WE ARE SPEAKING ABOUT YOU, NOT ME.“

<sup>2</sup> Weizenbaum tehdy Colbymu odpověděl v poznámce „Automating Psychotherapy“, *ACM Forum*, Vol. 17, No. 1974, str. 543, kde mu sdělil, že má tak dokonalou počítačovou simulaci duševní nemoci, že ani on, Colby, nepozná, zda jde o člověka. Dokonce je to tak dokonalé a úsporné, že to ani nevyžaduje počítač. Stačí jen psací stroj. Program totiž vůbec neodpovídá (jde o autismus). – Už dříve byla tato šílená představa kritizována v knize E. Fullera Torreyho, *The Mind Game: Witchdoctors and Psychiatrists*, Emerson Hall 1972.

Eliza se zakládala na jednoduchých formačních (generativních) a transformačních pravidlech, použijeme-li chomskiánskou (původně carnapovskou) lingvistickou terminologii. Zdálo se, že otevírá novou cestu „kognitivní lingvistiky“: stačí zvětšit počet takových pravidel a budeme rozumět tomu, co to znamená rozumět. Eliza podle některých představovala „obecné řešení problému počítačového chápání přirozeného jazyka“, jenže žádné řešení tohoto problému není možné, protože „jazyku rozumíme jen v rámci souvislostí a že dokonce i ty mohou být lidmi sdíleny jen do určité míry“. Eliza měla podle Weizenbauma zdůraznit důležitost kontextu pro chápání jazyka.

Všechna tato nepochopení vyvolala u Weizenbauma šok, který ho dovedl k napsání slavné „kacířské“ knihy *Computer Power and Human Reason – From Judgment to Calculation*.<sup>3</sup> Hned na začátku této knihy zmiňuje jiný šok, který zažil Michael Polanyi v roce 1935 (tehdy byl vedoucím katedry na Victoria University v Manchesteru) a který ho dovedl do oblasti filosofie vědy.

Tento šok mu připravil Nikolaj Bucharin, jeden z vůdčích teoretiků komunistické strany, který Polanyimu řekl, že „za socialismu pojetí vědy pro vědu zmizí, neboť zájem vědců se spontánně obrátí k problémům právě probíhající pětiletky“. Polanyimu tehdy došlo, „vědecký světový názor stvořil mechanistické pojetí člověka, v němž už není místa pro vědu samu“. A dále, že „toto pojetí popřelo jakoukoli vnitřní sílu myšlení, a tak popřelo jakékoli důvody pro svobodu myšlení“.

Je jasné, že stačí vyměnit některá slova (třeba místo „pětiletka“ dát „konkurenceschopnost“) a všechno zůstane v platnosti. Až na to, že už to není pro nás „šok“, ale smutná všednodennost. A to by teprve měl být šok. Šok především z toho, s jakou lhostejností a vypočítavostí se přijímají různá pravidla hodnocení a testování vědy, způsoby jejího financování, řady nesmyslných a škodlivých reforem škol. Lhostejnost a vypočítavost ne nepodobné té, kterou projevuje zelinář ve slavném příkladu Václava Havla, když dá do výlohy nad hromadu shnilé cibule nápis „Proletáři všech zemí spojte se“. Vždyť přece o nic nejde, hlavně, že bude mít pokoj, je totiž „ochotný“. A tak se místo lidí vzdělaných začíná na školách vychovávat „umělá inteligence“: „lidé, kteří jako některé neoduševnělé věci něco sice dělají, ale nevědí, že dělají to, co dělají“, jak je charakterizuje Aristotelés v pokračování pasáže uvedené v motu.

Před zhoubnými důsledky rozmanitých předpisů, evaluací, reforem varoval velmi důrazně další laureát Ceny nadace VIZE 97 (2010), rakouský filosof Konrad Paul Liessmann, zvláště ve své knize *Theorie nevzdělanosti*, jejíž překlad měl a má u nás velký ohlas, možná větší než v Rakousku. Myslím si,

---

<sup>3</sup> Poprvé vyšlo v nakl. W. H. Freeman, San Francisco 1975; německý překlad vyšel pod hezkým názvem *Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft – Moc počítače a bezmoc (mdloby) rozumu*. Několik kapitol z této knihy jsem přeložil a zařadil do výboru Weizenbaumových publikací *Mýtus počítače*, který vyšel jako 4. svazek Knihovny ceny nadace Dagmar a Václava Havlových VIZE 97 v nakladatelství Moraviapress v roce 2002. Výbor obsahuje dále některé pasáže z Weizenbaumovy knihy *Kurs auf der Eisberg oder nur das Wunder kann uns retten* (Kurs směr ledovec aneb jen zázrak nás může zachránit, Pendo Verlag, Zürich 1984), úryvky z rozhovorů a úplný překlad článku o Elize: „ELIZA – A Computer Program for the Study of Natural Language Communication between Man and Machine, *CACM*, 9 (1966) 36-45; přetištěn byl v jubilejním čísle tohoto časopisu (vol. 26, 1983). – Poznamenejme ještě, že Weizenbaum navštívil Prahu (patrně poprvé) v listopadu 1998 na pozvání Goethe Institutu, kde na symposiu *Softmoderne – Literatur im Netz* vedl úvodní debatu s Oswaldem Wienerem, podobným kacířem, předchůdcem „virtuální reality“ (se svým Bio-adapeterem). Do Prahy přijel Weizenbaum naposledy v roce 2006 na oslavu sedmdesátých narozenin Václava Havla, která se konala v Pražské křižovatce. Tam jsem s ním viděl naposledy. Zemřel v roce 2008 v Berlíně.

že tomu tak je mimo jiné i proto, že Liessmannovi se podařilo formulovat některé závažné věci tak, že si čtenář (jistě z části klamně) řekne: „právě to jsem si myslel, jen jsem to tak neuměl říct“.<sup>4</sup>

Zvláště zhoubné jsou reformy. Už samo toto slovo je varující: znamená přece, že dojde ke změně formy, podstata zůstane nedotčena – ledaže bychom věřili v nějakou marxistickou proměnu kvantity v kvalitu. Liessmann věnuje reformám samostatnou kapitolu. Není to tak dávno, připomíná, co všichni chtěli dělat revoluce a reformátoři byli zpátečníci. Teď existuje potřeba reforem, neustálých, s každou reformou vzniká potřeba dalších a dalších, ještě radikálnějších. A je to jasné: co napáchá nějaká reforma se dá napravit jen dalšími reformami.

Liessmann končí svou knihu o nevzdělanosti pasáží, kterou stojí za to ocitovat:

Vzdělání kdysi souviselo s ambicí dokázat, že domnělé jistoty doby jsou iluzivní. Společnost, která ve jménu domnělé efektivity a oslněná představou, že vše může podřídit kontrole ekonomického pohledu, osekává svobodu myšlení, a tím se připravuje o možnost rozpoznat iluze jako iluze, se upsala nevzdělanosti, ať ve svých databázích shromáždila jakoukoliv sumu vědění.

Proti reformám se nelze bránit jinými reformami, nýbrž jen jejich opakem, vnitřní proměnou, změnou podstaty, „transsubstanciací“.<sup>5</sup> A na to nelze z principu dát návod. Nejde to jinak, než zpytováním (historického) svědomí, hlubinnou analýzou. Pokusím se to vysvětlit podrobněji a pro stručnost trochu „názorněji“.

V každém okamžiku se před námi rozvírá vějíř možností, „možných světů“ a pokud nejsme fatalisté či zatvrzení deterministé, víme, že rozhodnutí je na nás. A jsou rozhodnutí klíčová, která mění další chod celé společnosti či dokonce světa. Byly ovšem vždy i jiné možnosti, cesty. A tak máme něco jako větvičky se strom, v němž jen jedna cesta byla dosud realizována. Když se pak zjistí, že něco je zřejmě špatně, že je nezbytná náprava, objeví se revolucionáři nebo reformátoři: ti se chtějí dostat na nějakou jinou větev, kde to údajně bude lepší. A vzápětí následuje další skok, protože to nebyla ta pravá větev. Nezbyvá než se pokusit vracet zpět po té větvi, na jejímž konci jsme se ocitli, a hledat tu chybu, která nás přiměla vydat se touto cestou. Pak teprve zkusit cestu jinou.

Tomu odpovídá dvojí pojetí dějin: *vnější dějiny* se zabývají minulostí, „jak to doopravdy bylo“. U takových dějin lze vést za minulostí tlustou čáru, protože o nic nejde. A většinou ani nevíme, proč bychom to, co takové dějiny vyprávějí, měli znát. A pak jsou *dějiny vnitřní*. Ty se týkají výhradně budoucnosti a do minulosti sestupujeme jen proto, abychom se dozvěděli, jaké chyby a omyly se tam vyskytly, že se nacházíme nyní v dané situaci. Udělat v takových dějinách (dějinách idejí) „tlustou čáru

---

<sup>4</sup> Tuto Liessmannovu knihu vydalo v překladu Jany Zoubkové nakladatelství Academia v roce 2008 (dotisk 2010). Totéž nakladatelství vydalo nyní (2012) i další Liessmannovu pozoruhodnou knihu *Univerzum Věcí – K estetice každodennosti*, rovněž v překlad Jany Zoubkové. U příležitosti udělení Ceny VIZE vyšel soubor esejí pod názvem *Hodnota člověka* (přeložili Jiří Fiala a Jan Frei, Knihovna Ceny nadace VIZE, av.12, Malovaný kraj 2010).

<sup>5</sup> Už na počátku devadesátých let jsem cítil potřebu promyslet nějakou takovou proměnu. Výsledkem byla kniha *Obnova ideje university* (Karolinum, Praha 1993, anglicky *Rethinking the University*, tamtéž 1994), v níž jsem shromáždil rozmanité texty o poslání university a o roli vzdělání. Dva dřívější pokusy – Drtinův z konce 1. světové války a Příhodův z konce války druhé – byly oba pokusy reformními, tedy pokusy proměnit či změnit univerzitu zvnějšku. Kniha mněla být výzvou k promýšlení proměny vnitřní, hlubinné – jenže vývoj šel opět cestami reforem vnějších.

za minulostí“ nejde, protože by to zabránilo rozpoznání příčin a uznání omylů, a tím i nápravě. Je to něco jako psychoanalýza dějin.

Je to i cesta, jak se dozvědět otázky k některým odpovědím. Nejde o to, že k mnoha otázkám neznáme odpovědi, to není moc zajímavé. Jednak je tomu tak proto, že mnohé otázky jsou špatné, nevíme ani, jakou formu by odpověď měla mít. Pokud to víme, pak se už pochybuje v nějakém rámci (teorii, kontextu, diskursu) a jde o nalezení odpovědi (řešení) v tomto rámci, tedy o řešení problému. V prvním případě (nejasnosti formy) pak jde o vytvoření kontextu, který by otázce dal smysl a stanovil prostředky k jejímu zodpovězení. To souvisí i s pojetím vzdělání. Ke každé větě lze (někdy s trochou námahy a vynalézavosti) nalézt takový kontext, že tato věta v něm bude nesmysl. Někdy se nějaký takový kontext fixuje jako ten jediný správný a pak všechny věty, které do něj nespádnou, se prohlásí za nesmyslné. Takové kontexty mají blízko k ideologiím. Obráceně je to obtížnější: k dané větě (jevu, kultuře...) nalézt takový kontext, v němž tato věta bude mít smysl a bude v něm mít i vysvětlení. To pak je skutečně rozumění a schopnosti takové kontexty vytvářet jak vzdělání. Pořád jde ovšem jen o jiné formulace uvedeného Aristotelova výkladu.

S tím pak souvisí vlastní náš problém: většina vyučování spočívá v dávání odpovědí na otázky, které vůbec nebyly položeny a které nezná zpravidla do hloubky ani vyučující. Nejde ovšem o ty otázky, které se z odpovědi vytvoří obyčejnou gramatickou transformaci, nýbrž o ty, které kdysi vedly k vytvoření toho kontextu, v němž se dávají ony odpovědi. Jde o hodně, protože v takových původních otázkách bývají skryty předpoklady, které později zmizí a pokládají se za něco samozřejmého. Právě takové odkrytí skrytých předpokladů vedlo v dějinách k objevům nových kontextů (teorií). To už ale věděli Řekové, totiž, že skutečné poznání začíná z údivu nad nesamozřejmostí samozřejmého.

Jeden příklad to pomůže dokreslit. Při jedné přednášce z mechaniky na *École polytechnique* Jules Andrade uvedl tento příklad: máte kbelík, který má ve dně zátku. Kbelík naplníte vodou až po okraj, zátku vytáhnete a voda vyteče. Pak to zopakujete. Bude to trvat stejnou dobu? Když studenti odpovídali, že samozřejmě ano, položil rozhodující otázku: A jak to víte? Mezi studenty byl tehdy Henri Poincaré, kterému najednou došlo, že to vědět nemůže: zatímco dvě úsečky můžeme k sobě přiložit a zjistit, zda se zcela kryjí, u časových intervalů to nejde. A že to musí být záležitostí konvence, způsobu měření času. Na tomto příběhu je důležité to, že původní otázka byla hodně podivná, a přesto – nebo právě proto – odpovídání na ni vedlo nejen k proměně fyziky (vzniku teorie relativity), ale už dříve k velice praktickým důsledkům (Poincaré byl od r. 1892 členem *Bureau des longitudes*, a teprve díky jeho teoriím se podařilo konečně nakreslit spolehlivé námořní mapy).<sup>6</sup>

Hlavní příběh tohoto příspěvku se už týká přímo informatiky a je hledáním původní otázky, z níž se pak vyvinula nejen matematická logika, nýbrž i proměna lingvistiky filosofie jazyka a nakonec vedla ke

---

<sup>6</sup> Tento příběh je skvěle vylíčen v knize významného amerického historika vědy Petera Galisona *Einsteinovy hodiny a Poincarého mapy* (Edice Kolumbus, Mladá fronta, Praha 2005). – Poincarého slavný článek o měření času je přeložen s dalšími články o filosofii matematiky ve výboru *Číslo – prostor – čas*, který jsem připravil pro řadu „Proudí evropské vzdělanosti“ (OPS ve spolupráci se Západočeskou univerzitou, 2010).

vzniku informatiky. Je to příběh Gottloba Fregeho, jehož logická zkoumání a úvahy o základech aritmetiky právě vycházejí v českém překladu.<sup>7</sup>

Tento příběh je součástí velkého příběhu naší evropské kultury a civilizace – příběhu hledání dokonalého jazyka.<sup>8</sup> Dokonalým jazykem se rozumí jazyk, v němž by pravda byla „gramatickou“ záležitostí, takže znalost takového jazyka by znamenala úplné poznání světa. Je za tím skryta teologická představa: pro Boha musí být všechny pravdy analytické, tj. pravdivost či nepravdivost nějaké věty se musí dát zjistit jen na základě této věty samé, jejím rozbořením (analýzou). U Boha nemohou být žádné věty, které by byly jen syntetické, tj. vyžadovaly, abychom se pro zjištění jejich pravdivosti či nepravdivosti museli podívat do světa. Není přece možné připustit, že by si vševědoucí Bůh musel postavit nějaký urychlovač, aby zjistil, zda nejsou nějaké částice rychlejší než rychlost světla. Pravdivost věty v takovém dokonalém jazyce by se zjišťovala tedy jen syntaktickými prostředky, tj. kalkulem, manipulací s řetězci symbolů.<sup>9</sup> Je to v proměněných podobách (například hledání jazyka, jímž je napsána kniha přírody) stále ideál skutečného objektivního poznání: vyspělé teorie mají být axiomatizované s minimálním počtem axiomů (nejlépe jedním). A vědecká teorie je tím exaktnější, čím neomezenější (nezávislou na kontextu, necitlivou na kontext, context-free) substituovatelnost připouští.

Na začátku devatenáctého století došlo k prvnímu „otřesu základů“ („shaking of the foundations“): do té doby ideál dokonalé teorie a dokonalého jazyka představovala geometrie. Všechny další teorie byly dělány po jejím vzoru, *more geometrico*. Jazyk geometrie je dokonalý v tom smyslu, že vůbec nedovoluje utvořit gramaticky správnou větu, která by neměla smysl. Navíc se o každé takové větě dá rozhodnout (dokonce mechanicky), zda je odvoditelná z axiomů ona nebo její negace.<sup>10</sup> Jenže se ukázalo, že existují jiné geometrie, stejně dokonalé a že mezi nimi nelze rozhodnout bez pomoci *nějaké* fyziky, tedy prostředky mimogeometrickými, tedy nakonec nějakou konvencí. Následovalo hledání nějakého jiného neotřesitelného základu pro naše poznání. Přirozeně se nabízela aritmetika.

Někdy v sedmdesátých letech devatenáctého století si Gottlob Frege, matematik působící v Jeně, položil otázku „Co je to číslo“ – rozumí přirozené číslo, čili počet.<sup>11</sup> Byla to otázka, která v té době nikoho nezajímala, všichni přece věděli – filosofové i matematici, „jak je to správně“. Frege prošel všechny odpovědi od antiky až po současnost, a s údivem zjistil, že se všude, dokonce například i u Leibnize, vždy tam vyskytuje (často hodně skrytý) bludný kruh: že se předpokládá něco, co by se teprve mělo dokázat. Byl to jeden z těch údivů nad nesamozřejmostí samozřejmého, které vedou k proměněným poznáním. A jeho odpověď na tuto otázku byla stejně nesamozřejmá: je to otázka beznadějně špatná, protože se ptá na význam slova v izolaci, mimo kontext. Nikdy se nemluví o čísle

---

<sup>7</sup> Gottlob Frege, *Logická zkoumání a Základy aritmetiky*, přeložil Jiří Fiala, vychází v nakladatelství OIKOYMENH. První část obsahuje výbor nejdůležitějších článků o logice a jazyce, druhá část je překladem Fregeho knihy u roku 1884, v níž je vyložen program nového vybudování aritmetiky.

<sup>8</sup> Tento příběh vypráví velmi hezky například Umberto Eco ve stejnojmenné knize, jejíž překlad vydalo nakladatelství Lidové noviny v roce 2001.

<sup>9</sup> První hypotézy o dokonalém jazyce vycházely z toho, že se jím muselo mluvit v ráji; protože však máme k dispozici jen posloupnost písmen hebrejské abecedy, jak ji zaznamenal Mojžíš, musíme se pokoušet manipulací s těmito symboly (numerickým kódováním, permutacemi, substitucemi atd.) odhalit pravidla takového jazyka; to dělala právě kabala, která je tak prvním předchůdcem formálních systémů a v posledku počítačů.

<sup>10</sup> To dokázal Tarski v roce 1948.

<sup>11</sup> Čeština a němčina (Zahl/Anzahl) má na rozdíl od jiných jazyků (angličtiny, francouzštiny, ale i ruštiny) má tyto dva pojmy; Frege ale prozíravě mezi nimi nerozlišuje.

samotném, vždy jen ve vztahu k něčemu jinému, jinému počtu, například se říká, že nějaká dvě čísla jsou si rovna, nebo že nějaké číslo je sudé, to jest je rovno dvojnásobku nějakého jiného čísla. Tato otázka proto musí být nahrazena otázkou jinou, totiž co to znamená rozumět nějaké větě, v níž se vypovídá něco o vztahu čísel. Tato změna postoje dostala později označení *obrat k jazyku* (linguistic turn). A není to záležitost tak překvapivá, protože takto se přece postupovalo už antické geometrii. Tam se také neptáme, co je to bod nebo co je to přímka, tyto pojmy jsou určeny implicitně celým systémem vztahů, kontextem, tedy axiomatickou teorií.<sup>12</sup> Tento obrat je krajně významný, protože znamená „deontologizaci“: nezajímá nás už, o čem nějaká teorie je, nýbrž jen sít vztahů touto teorií reprezentovaná. Když pak chceme nějakou takovou teorii použít, musíme její důsledky umět přeložit do přirozeného jazyka.<sup>13</sup> Je to nakonec velmi přirozené: rozumíme výrazům (větám), aniž bychom věděli, co označují. Tak rozumíme výrazu „nejvyšší hora v Somálsku“ nebo „čtvrtý ministr školství České republiky“, aniž bychom potřebovali vědět, která hora to je, nebo jak se ten ministr jmenoval. Rozumět takovému výrazu znamená znát (v principu) způsob, jak se dostat k tomu předmětu, který tento výraz označuje. A rozumíme velmi dobře výrazu 256873+841575, aniž bychom věděli, jaké číslo označuje; stačí, že víme, jak se k němu dostat. A věty matematiky mají právě takovou podobu. Například věta o tom, že se výšky trojúhelníka protínají v jednom bodě, říká, že výrazy průsečík výšky  $p$  a výšky  $q$  se rovná průsečíku výšky  $q$  a výšky  $r$ . Zjištění, že dva výrazy označují různým způsobem týž předmět, patří do kategorie objevů.

Kromě výrazů, které označují jeden jediný předmět (výrazů singulárních), jsou v jazyce ještě slova obecná, slova pro pojmy. Třeba pro pojem sudý: říkáme, že 8 je sudé, 9 není sudé: pro každé číslo je určeno, zda je či není sudé. Frege pak řekl, že pojem je *funkce*, která za argumenty má předměty a za hodnoty jeden ze dvou *předmětů* - das Wahre a das Falsche, tedy to pravdivé a to nepravdivé, pravdivost a nepravdivost. Být sudý je tedy funkce „ $x$  je sudé“. Frege však si uvědomil další nesamozřejmost, totiž nesamozřejmost funkce, zvláště pak tomu, čemu se říkalo proměnná  $x$ .

Opět prohlédl to, co o tom bylo napsáno, aby zjistil, že je to logicky neudržitelné. Jeho řešení bylo jednoduché, tak jednoduché, že na něj mohl přijít jen Frege. Ta funkce, o níž jsme mluvili, vypadá totiž takto „ je sudé“, kde na začátku je *prázdno místo* (Leerstelle) a to co je v uvozovkách je neúplný (ve Fregeho terminologii „nenasyčený“) výraz. Ten nasytíme, když do toho prázdného místa dáme nějaký singulární výraz označující v tomto případě číslo (například 8). Dnes se tomu říká „otevřený výraz“. Co je ale to  $x$ ? To je *název* onoho prázdného místa. Mohli bychom také říci: jeho *adresa*, a ono prázdné místo je pak místo v paměti (programy jsou přece funkce). Tento přístup dovolil Fregemu vyřešit i dva tisíce let starou potíž, totiž jak je tomu se vztahy: „ $x < 7$ “ je pojem „být menší než sedm, je to funkce. Když smažeme i „7“, dostaneme funkci *dvou* proměnných „ $x < y$ “, dvoumístný predikát. Připomeňme si, že se nacházíme v sedmdesátých letech 19. století a že trvalo dalších bezmála třicet let, než to některým výjimečným myslitelům „došlo“. Znovu: celý příběh je to nesamozřejmosti samozřejmého a je varováním i nadějí, že totéž se může týkat dnešních samozřejmosti. Ale to jsme už zase u úvodní pasáže z Aristotela.<sup>14</sup>

<sup>12</sup> V Eukleidových základech jsou sice uvedeny „definice“ bodu a přímky, ale byly tam dodány později nějakým „metodikem“; nikde se totiž tyto definice nepoužijí (ani nepotřebují).

<sup>13</sup> Tak je to například u Tarského a jeho definice pravdy: ta se zakládá na překladu „objektového jazyka“ do „metajazyka“.

<sup>14</sup> Frege později potřeboval nějak označit funkci jako celek, její „hodnotový průběh“ (Werthverlauf). K tomu použil toto značení:  $\epsilon x(x^2 + 1)$ ; o nějakých padesát let později se epsilon nahradí písmenem lambda.

Teď už rozumíme jednoduchým větám, v nichž se vypovídá něco o nějakém předmětu. A současně je zřejmé, že věty (oznamovací, výroky) jsou singulární výrazy, označují totiž jeden ze dvou *předmětů*: to pravdivé a to nepravdivé. A větě rozumíme, pokud známe (v principu) způsob, jak se k tomuto předmětu dostat, tedy jak zjistit, zda je věta pravdivá či nepravdivá (řečeno dosti nedbale). Z toho se po mnoha desetiletích staly „pravdivostní podmínky“ (truth conditions), jejichž znalost byla ztotožněna s rozuměním větě.

Z jednoduchých vět se musely vytvářet věty složené a k tomu sloužily u Fregeho funkce, jejichž argumenty i hodnoty byly pravdivostní hodnoty, tedy „pravdivostní funkce“. A důležité byly vztahy mezi těmito větami, zvláště pak vyplývání. A zde přijde další Fregeho geniálně jednoduchý tah, jímž se konečně zbaví i posledních dvou předmětů, totiž pravdivostních hodnot. Vybere několik (šest) funkcí (formulí, dnes bychom řekli s Wittgensteinem „tautologií“) a všechny ostatní z nich odvodí pomocí dvou pravidel: substituce a *modus ponens*. Ty vybrané formule („axiomy“) obsahuje jen negaci a implikaci a jsou axiomy dodnes tj. od roku 1879, jen je Łukasiewicz zredukoval na tři.<sup>15</sup> A pak ještě přidal kvantifikátory – a tak v roce 1879 byla kompletně hotova predikátová logika (nejen) prvního řádu přesně v dnešní podobě. Jen to trvalo několik desítek let, než se tato nesamozřejmost stala samozřejmostí.

To byly prostředky, které Frege vybudoval k tomu, aby mohl mít „dokonalý jazyk“ pro teorii přirozených čísel (celá tato teorie měla být vybudována jen na základě logiky). Všichni víme, že se to nezdařilo, uprostřed této práce přišel v roce 1903 dopis od Bertranda Russella, který našel v základech této velkolepé stavby trhlinu (notoricky známý Russellův paradox). Méně už se ví, že šlo omyl: po mnoha desetiletích se ukázalo, že to, čeho se Russellův paradox týkal (Fregeho V. axiomu – extenzionality), se vůbec nepotřebovalo; potřeboval se jen jeden důsledek tohoto axiomu, který k žádnému sporu nevede, konsistence se dá dokázat na pár řádcích.<sup>16</sup>

Musel jsem tento příběh vyložit na dvou stránkách, aby se tak ukázala nesamozřejmost samozřejmého. A bychom rozpoznali z jak podivných otázek a jakými zvláštními postupy jsme se dostali do současného stavu. Ten ovšem také není samozřejmý a na poznání jeho nesamozřejmosti může záviset rozvoj našeho vědění a poznání, pokud ovšem nebudeme vědou rozumět pouze „puzzle solving activity“ s cílem získávat všelijaké body.

---

<sup>15</sup> Dodejme, že trochu „nešetrně“, například u Fregeho byly tři axiomy pro negaci, ale byly uspořádány tak, že až třetí z nich vyloučil intuicionistickou logiku. Zdá se, že Frege toho věděl (nebo tušil) mnohem víc, než dnes víme.

<sup>16</sup> Je to zásluha Crispina Wrighta, především však Richarda Hecka. Velmi hezky je to vše vyloženo v knize George Boolose *Logic, Logic, and Logic*, Harvard University Press, 1998. Dodejme však, že to neznamená, že bychom se při této výstavbě aritmetiky obešli bez logiky druhého řádu (nebo nějaké „nestandardní“ logiky prvního řádu).