

## **Několik poznámek o teoretické informatice**

**Jaroslav Nešetřil**

**Katedra aplikované matematiky (KAM)**

**Institut teoretické informatiky (ITI)**

**MFF**

**Univerzita Karlova, Praha**

„Jak se dělá excelentní výzkum v teoretické informatice“ - tak znělo zadání pořadatelů tohoto sborníku. Samozřejmě, že uvedené zadání použiji pouze jako záminku, nikoliv jako doslovnou motivaci. Vede mne k tomu jistá averze ke slovu excelentní, které je vedeno jeho akademickým ale i mediálním nadužíváním. Neznám příliš mnoho skutečností, pro které by toto slovo bylo adekvátní.

Obvykle se snažím pořadatelům vyhovět. Mám proto několik důvodů: pořadatelů si vážím, že něco uspořádají. Většina konferencí a akcí připravuje a obohacuje náš vědecký život a sehnat peníze a strávit čas organizováním je záslužná činnost. Pořadatelé také mají zpravidla něco na mysli a vidí celé spektrum příspěvků (a hlavně příspěvatelů), a tak je dobré se zadání držet, aby příspěvek nedopadl nevhodně nebo nebyl opravdu o něčem jiném.

Vědecká práce v matematice a teoretické informatice je komplexní a vědecký úspěch je podmíněn mnoha (a někdy zdánlivě nesouvisejícími) faktory. Nedávná práce [ 25 ] uvádí 21 znaků „dobré matematiky“ používajíc mimo jiné přívlastků „přesná“, „elegantní“, „užitečná“, „silná“ apod. Takovým přívlastkům bychom se neměli divit. Matematika je vrcholná činnost lidí (Juan Carlos I.) a tak kritéria musí být složitá a hluboká. Pro účely tohoto článku budu skromnější a uvedu pouze tři (3) aspekty úspěšné práce v současné teoretické informatice.

**1. nespécializace**

**2. svoboda**

**3. jemnost skalpelu** (tento poslední název je motivován a přednáškou autora viz [ 16 ]).

Tyto části tvoří osu tohoto článku. Poté uvedu

**4. poznámky o povaze teoretické informatiky**

**5. literaturu**

## 1. Nespecializace

Nespecializace je důležitá, chtěl bych dokonce napsat NEspecializace. To není samozřejmé. Naopak, to je čin v dnešním světě, který volá po dokumentaci vědecké produkce nebývalého rozsahu, kde „publish or perish“ se stalo (globálně) uznávanou metodikou hodnocení vědecké práce. Všichni víme, o jak ožehavé (a dokonce politicky citlivé) téma se jedná. O tomto problému tento článek nepojednává, už jenom proto, že mu bylo věnováno místo v předchozí edici tohoto sborníku. Právě v tomto okamžiku tedy zdůrazňovat nespecializaci, která vždy zavání nedostatečnou hloubkou, je snad bláhové. Přesto se domnívám, že nespecializace je jedním z podstatných rysů současné vědecké a teoretické práce na vyšší úrovni. Je to do značné míry trend posledních desetiletí, který je možná reakcí na předchozí období přehnané specializace a zdůrazňování individuálních disciplín (kterého jsme vlastně svědky neustále jak ve zbytečně roztržité výuce, tak v množství institutů, kateder, oddělení a jiných skupinek). Zvláště pak v matematice je současný kvalitní výzkum nebývale univerzální a jednotný, překračující hranice individuálních disciplín. Dalo by se dokonce mluvit o holistickém přístupu.

Domnívám se, že tento rys nespecializace platí o to více v teoretické informatice.

Nemůže být účelem tohoto textu uvést široký seznam podstatných příkladů nespecializace v informatice, byl by to seznam dlouhý a navíc samozřejmě osobní. Uvedu tedy jen jeden příklad, který je mi blízký jak zaměřením, tak metodikou.

Kdo by tušil ještě před pár lety, jak důležitou roli bude hrát teorie čísel v teoretické (i praktické) informatice? Přesto je možno říci, že tato role vedla dokonce ke vzniku celých informatických oborů. Teorie čísel (tedy jedna z nejstarších a nejvíce teoretických matematických disciplín) se stala výrobní silou, s objevy a poznatky chráněnými patenty a vládními (a vojenskými) institucemi.

I to přispělo k rozvoji nejen tradičních oblastí teorie čísel (např. eliptických rovnic) a k úspěchům, které vyvrcholily vyřešením slavných prastarých problémů (Fermatova hypotéza, Langrangeova hypotéza, Langlandsův program) a k oceněním několika Fieldsovými medailemi. Vedlo to ale také k nebývalému rozkvětu kombinatorické teorie čísel [7] nebo též třeba aditivní kombinatoriky [23]. Podíváme-li se hlouběji na špičkové výsledky teoretické informatiky uplynulých let, vidíme přítomnost teorie čísel na mnoha místech. Samozřejmě a přímé souvislosti jsou v teorii kódování a kryptografii. Ale vlivy jsou často velmi skryté; teorie čísel ovlivnila např. oblast tzv. dlouhých kódů vyskytujících se v oblasti složitých redukcí problémů (vedoucích např. na slavnou PCP větu) a zvláště pak v oblasti konstrukce speciálních lokálně řídkých a globálně složitých grafů, tak zvaných

expanderů, nebo přesněji tzv. Ramanujanových grafů. Tyto objekty dnes patří ke standardní výbavě teoretické informatiky, viz např. [7].

Zároveň jsme však svědky paradoxu. Všichni známe vlastnosti expanderů, ale kolik z nás umí konstrukci uvedených grafů a kódů se všemi podrobnostmi zdůvodnit (míněno dokázat). Na celém světě není mnoho takových lidí, protože se jedná ve své celistvosti o značný objem klasické teorie čísel (první konstrukce také pochází od známého matematika pracujícího rovněž v teorii čísel).

Mám samozřejmě k uvedenému tématu blízko. Již můj první článek z roku 1966 se týkal globálně složitých grafů bez krátkých kružnic a možno říci, že byl pro mě štěstím, neboť mne uvedl do společnosti vynikajících matematiků. Ale tato oblast byla přínosem pro celou českou matematiku: Příklady expanderů jsou založeny na tzv. Cayleho grafech a dokazují se pomocí spektrální teorie, kde pionýrské práce M. Fiedlera sehrály klíčovou roli. Tyto zakladatelské práce jsou dosud aktuální. V poslední době se dostaly znovu do popředí při rozvoji nových důležitých algoritmů (např. přibližného algoritmu pro tzv. maximální řez [9], pro vysvětlující analýzu simplexového algoritmu a řídkých forem lineárního programování oceněných nedávno Nevanlinnovou cenou [26]).

Vliv lokálně řídkých globálně složitých struktur byl však daleko podstatnější. Dokonce je možno říci, že je těžko si představit současnou teoretickou informatiku bez těchto výsledků, které dnes tvoří klasickou linii výzkumu svázanou se jmény (kterou uvádím v přibližné chronologii prvních příspěvků): Tutte, Mycielski, Kelly a Kelly, Erdős, Sachs, Nešetřil, Lovász, Cheeger, Fiedler, Rödl, Alon, Kříž, Graham, Margulis, Lubotzky, Phillips, Alon, Milman, Imrich, Sarnak, Wigderson, Linial, Thoma, Zhu, Hoory, Kun, M.Szegedy, Dinur, Matoušek, Bourgain, Tao, Vu, bez nároku na úplnost. To není zrovna soubor omezených specialistů a není to seznam lidí v úzkém oboru. Připouštím, že tohle není typický příklad, ale není to příklad ojedinělý.

Mnohokrát se již stalo, že věci zdánlivě překonané se vrátily (např. současná nebývalá důležitost hardwaru) a věci tolikrát zdůvodňované a propagované (např. paralelismus) dosud nesplnily očekávání. Dokonce v matematice blízké teoretické informatice je vývoj překotný a preference se neustále mění. Hlavně se rozšiřují a prohlubují. Vlastně zcela neočekávaný byl vpád teorie her do teoretické i praktické informatiky. Hry se dnes vyskytují v tak rozdílných oblastech jako je ověřování modelů a správnosti algoritmů, stejně jako v analýze složitosti algoritmů a rovněž při studiu velkých sítí a asymptotických struktur. A kdo by tušil jak důležité budou hry pro studium prahových jevů v kombinaci s Fourierovou analýzou a (zpočátku zdánlivě samoučelným) semidefinitivním programováním [10].

Všechno se hodí, zdá se, že se nic neztrácí...

Informatika v nejširším smyslu ovlivňuje a v mnohém smyslu určuje budoucí podobu společnosti. Pro tak velkou roli se zdá být teorie dosud málo.

Ale možná je to jen zdání. Na druhé straně přes všechnu různorodost se zdá být výzkum velmi soustředěný na komplexní výzkum centrálních (a velmi obtížných) problémů, které jsou izolovány nejenom na teoretické a praktické úrovni ale, v případě informatiky, rovněž značné obchodní důležitosti.

## 2. Svoboda

Svoboda bádání? Svoboda jednání? To jsou, domnívám se, rysy ve vědě dávno překonané, alespoň v jednoduchém smyslu [20]. Špičkový vědec není svobodný. Je dělníkem, který (v bázi Boží a při vědomí vlastní nedostatečnosti) se snaží utkat s aktuálními problémy, snaží se zařadit do důležitých linií výzkumu. Není mnoho svobody: hlavní úkoly a problémy dneška jsou dané a nám nezbyvá než se pokusit o jejich řešení.

Co je důležité? To záleží jen a jen na osobnosti. Lze strávit život zápolením se zdánlivě beznadějným problémem, stejně jako je možné domoci se slávy (často polní trávy), povrchními efekty a dokonce simulováním činnosti. Zdeněk Frolík říkal, že dobrý matematik se pozná podle toho co udělal a rovněž podle toho, co nedělal.

Opravdový výzkum však vyžaduje rozhled, soustředění a práci. Práci individuální i práci týmovou. Lze mluvit o štěstí, jestliže ve své práci potkáváte spolupracovníky, kteří mají problémy, kteří je řeší a kteří jsou soustředění na práci a tím na společný prospěch. Jsem přesvědčen, že tam, kde ve vztazích převládá etika vědecké práce, jsou organizační i společenské problémy menší. Jsme dělníci na společné stavbě, nikoliv pouze plánovači nebo návrháři. Rozhoduje skutečná práce. Spory jsme si odbyli předtím, než jsme započali se stavbou. Stavba ale vyžaduje osobní nasazení a ztotožnění. A to vyžaduje svobodu. Svobodu vědecké etiky jako poznání a uznání řádu.

To se všechno jednoduše vymýšlí a myslím si, že je to v povědomí mnohých, ale uskutečnit jednotu svobody a reflektované nutnosti je velmi obtížné a vlastně nemožné, protože je to ovlivnitelné příliš mnoha faktory. Pocit svobody a naplnění buďto je nebo není. Je ale třeba se o to alespoň pokusit. Tyto řádky (a srovnání s dělnou prací) samozřejmě platí i v jiných (možná ve všech) tvůrčích oblastech, také v umění [15].

Fenomén svobody (v poněkud přeneseném smyslu) však vzniká rovněž jako sekundární projev hlubšího pochopení předmětu zkoumání. Tím nemyslím, že se člověk něco naučí. Spíše myslím pochopení souvislostí v čase (a prostoru, např. v informatice vždy trochu jiné

v Evropě než v Americe) a pochopení věcných souvislostí, jádra problému a nalezení vhodných nástrojů a pojmů.

Matematika a teoretická informatika jsou zdrojem takových nástrojů. Nástrojem tak mocným, že se mnohdy mluví o nepochopitelné efektivitě matematiky v přírodních vědách.

I když často citovaná práce [28] vznikla v kontextu slavné historie teoretické fyziky první poloviny 20. století, projevy efektivity matematiky jsme svědky od dávnověku.

Matematika má totiž dar (a rovněž zajisté cíl) vysvětlovat (a dokonce předvídat) přesným způsobem (jazykem) věci, skutečnosti a jevy které jsou ve své povaze nepřesné, intuitivní a zdánlivě neuchopitelné. Všichni známe některé příklady již ze střední (a dokonce základní) školy: Intuitivní chápání pohybu a světa kolem nás dostalo kanonickou matematickou podobu již v době antiky a způsob přístupu k tomuto problému se stal vzorem, ideálem a návodem pro uvažování. Do intuitivního světa byl zaveden řád myšlení a matematiky. Nejen to, vzniklý řád poskytl svobodu a větší jistotu při zacházení s geometrií. Jen si uvědomme, jak dlouho tato jistota vytrvala – pro většinu lidí až do dnešní doby!

Z hlediska rozvoje vědy to byl však pouze začátek. Mnoho dalšího muselo být vykonáno a matematika úspěšně poskytla návod a vysvětlení mnoha podobně nepřesným pojmům, které však představují otázky běžného života.

Zmiňme některé ve tvaru otázek:

Co je prostor?

Co je dimenze?

Co je nepřetržitost?

Co je to náhoda?

Co je to mechanický postup (algoritmus)?

Co je struktura?

Co je složitost?

Co je to strom?

Na všechny tyto otázky matematika a teoretická informatika poskytla odpovědi, které většinou měly charakter revoluce v myšlení (a často doprovázely i změny společenské a „opravdové revoluce“). Na některé tyto otázky se odpovídalo po celá staletí, jiné představují nepřetržitou linku v kulturních dějinách lidí. Poslední otázka je úmyslně provokativně jednoduchá.

Co je to strom? Lepší formulace by měla spíše být: co je idea stromu? Tento pojem, zajisté jeden z centrálních pojmů informatiky, má mnoho významů a dílčích charakteristik, které pouze dohromady skládají hlubší a správné pochopení: Strom ve svém významu algebraickém (jako volný objekt), běžném kombinatorickém, relačním nekonečném,

algoritmickém (jako objekt se snadným vytvářením) a ve významu snad přírodě nejbližším, geometrickém. Až do dnešní doby se objevují nové interpretace a souvislosti. Některé z těchto interpretací jsou velmi aktuální např. při klasifikaci složitých struktur. Například dnes populární míry stromová šířka a stromová hloubka jsou nedávného data [ 17]. O jak převratný vliv pochopení stromů se jedná se čtenář může poučit na příkladu velkého objevu Otakara Borůvky, kdy pouhé názvosloví (nebo spíše neexistence pojmů pro nové objekty zkoumání) vedlo k velkým obtížím, viz [19].

Ostatní výše uvedené otázky mají obecnější a podstatnější povahu. Tak např. otázka „Co je to struktura“ představovala jednu z hybných sil matematiky 20. století. Čech a Katětov podstatně přispěli k tomuto vývoji. Po příslušném vysvětlení došlo k velkému rozvoji kalkulu.

Universální algebra, teorie modelů ale i teorie kategorií vděčí za svůj rozvoj právě této (téměř filosofické) otázce. Její vyřešení poskytlo velkou svobodu.

Proč tyto staré skutečnosti zmiňuji ve článku věnovaném současné teoretické informatice?

Protože se domnívám, že tyto otázky a metodické přístupy jsou aktuální a velmi aktuální ve vztahu k informatice.

Zastavme se na chvíli a otevřeme obě oči.

I my žijeme v převratné době. V době, kdy svět a rozvoj technologií mění hodnoty a ze světa fakticky dělá jeden celek. Kdy sítě nic nestojí, informace jsou všude a naopak některé obrovské sítě představují realitu (nikoliv fikci) a jejich zvládnutí vede k obrovským celosvětovým změnám (a rovněž někdy k pohádkovému bohatství).

Rozvoj informačních technologií naprosto zřejmě předběhl rozvoj společnosti, legislativy, byrokracie, práva i bankovníctví. Na druhé straně chybí hlubší pochopení informatiky a teoretická informatika také pokulhává za živelným vývojem podporovaným obrovskými zdroji průmyslu i vlád. Je to snadno napadnutelný názor, ale myslím, že chybí filosofie a že je málo teoretické informatiky. Jako bychom pouze hasili požár. Potřebujeme teorii, která bude odrážet hlubší pochopení, které vytrvá. Samozřejmě vývoj ukáže co chybí, ale domnívám se, že informatika potřebuje více teorie. Vlastně na obrovský objem aktivit ji má dosud málo. Velké problémy jsou téměř evidentní, jen je uchopit. Nebo lépe: jen vědět jak je uchopit. V duchu předchozích otázek uvedu jeden příklad:

Co jsou velké dynamické sítě?

To je jeden z dnešních problémů, který ob stojí v kontextu výše uvedených klasických otázek. Nepozorovaně došlo k velké změně. Velké sítě aktuálně existují. Není to žádná asymptotika, jsou aktuální, zdánlivě jako aktuální nekonečno, jsou okolo nás, stejně jako vzduch, jsou všude a nikde. Jsou obrovské, ale nevíme, kde začínají, co tam všechno je. Nevíme, jak je studovat, klasické i modernější metody nemají velkou výpovědní sílu. Jsme daleko od řešení

tohoto problému a domnívám se, že řešení bude muset zahrnout mnoho dalších aspektů: inforatických, matematických, statistických, ale i společenských a filosofických. Řešení asi posléze založí novou vědu. Zatím jsme ale stále ve stádiu nápadů a sběru materiálu.

Opusťme budoucí spekulace a vraťme se do minulosti: Matematika měla vždy rys svobody, svobody získané cestou přesnosti a přísnosti logiky. Ve 20. století tato svoboda vyvrcholila nalezením obecných základů v teorii množin, teorii struktur a obecných (vše zahrnujících) kalkulů. Nebývalý rozkvět matematiky (který je samozřejmě skryt širší veřejnosti) vyvrcholil řešením problémů, které představovaly hádanku po celá staletí.

Informatika vznikla do značné míry v těchto souvislostech. Někdy se říká, že vznikla na troskách Hilbertova programu formalizace matematiky [27]. Ve svém rozvoji však informatika, a teoretická informatika zvláště, jde vlastní cestou. Možná ji ta správná doba svobody, svobody získané intenzivní prací, ještě čeká.

### **3. Jemnost skalpelu**

Předchozí dva body (Nespecializace a Svoboda) snad svádí k dojmu, že vývoj se děje od konkrétního k abstraktnímu, od dílčích případů k obecným teoriím. To je samozřejmě pravda, ale je to jen část (možná dokonce menší část) pravdy. Teoretická informatika i matematika má dnes dostatek konkrétního materiálu, který slouží k testování hypotéz, k získávání materiálu pro smělé obecné poznatky. Jako společnost vzdělaných lidí jsou matematici a informatici významným příjemcem výhod inforatické společnosti. Nejenom, že si data umí obstarat, ale také je umí hodnotit a třídit a jinak se v nich vyznat, zajisté více než je běžné. I to přispívá k nespecializaci. Dnes si každý může obstarat dostatek historického materiálu i souvislostí; neznalost neomlouvá a nedostupnost vlastně neexistuje. Mnoho speciálních prací je také zařazeno do historické či širší souvislosti a to je pěkné a stává se to trendem (zvláště pak v teoretické inforaticce). Ale přes množství materiálu a obecnost východisek a přístupu je v povaze matematiky a inforaticky, že obecné poznatky jsou často kódovány, nebo v jistém smyslu generovány malými objekty. Ještě jinak: objekty a struktury mohou být veliké nebo i nekonečné, ale podstatné vlastnosti se často zrcadlí ve vlastnostech objektů malých nebo konečných. Tato subtilní vlastnost je známa aktivním vědcům a právě ji označuji (samozřejmě nepřesně a nadneseně) jako jemnost skalpelu.

Co tím míním? V matematice a teoretické inforaticce krásné obecné teorie jdou ruku v ruce s důvtipnými a objasňujícími příklady. Při studiu abstraktních zobecnění se matematik vždy ptá, co je zde nového, jaký je pěkný příklad ilustrující a dokonce vystihující nový pohled, co nového se dá „spočítat“.

Stejně jako moderní umělci nesou tradici kresby a detailní zručnosti (a největší osobnosti moderního umění byli bez výjimky velmi zruční v klasických technikách), tak rovněž moderní, značně abstraktní matematika a teoretická informatika vyžaduje konkrétnost, výpočetní zručnost a detailní znalost konkrétních případů. Pamatuji si, jak jsem byl překvapen, když při jednom z prvních setkání s Paul Erdősem se Erdős neustále ptal na konkrétní příklady a nikoliv na obecné formulace.

Přesto je sociologickým faktem, že vědci se dělí na experimentátory a osoby, v případě matematiky a informatiky, milující více konkrétní problémy, a na skupinu, která více hledá a má v lásce obecné teorie. T. Gowers [4] dokonce hovoří o dvou kulturách matematiky. Právě tuto citlivost k detailu a konkrétnímu označuji (také pro lepší zapamatování) jako jemnost skalpelu.

To není v žádném případě vlastnost jednoduchá a samozřejmá. Ve skutečnosti protiklady obecného a zvláštního (nebo partikulárního), abstraktního a konkrétního jsou jedny z hybných paradigmat současné matematiky a informatiky. V mnoha směrech je současná teoretická informatika velmi abstraktní (jak se často zdá nejenom praktikům ale i teoretickým informatikům samotným). Přesto na druhé straně vedla teoretická informatika k rozvoji velmi konkrétních oblastí, např. teorie grafů a obecněji, kombinatoriky, ale rovněž diskrétní geometrie a permutačních grup. Kombinatorika se svou detailní znalostí vlastností objektů (zvláště pak konečných objektů) se stala teorií množin pro informatiku (podobně jako dříve se teorie množin stala jazykem matematiky). Z hlediska kombinatoriky, a také matematické logiky, je informatika požehnáním. V podstatě vše, co bylo vynalezeno našlo použití nebo bylo relevantní pro vývoj teoretické informatiky. Platí to i naopak: teoretická informatika se stala místem, kde kombinatorika a zvláště pak matematická logika našly své největší uplatnění a uznání. V některých případech se toto uznání přelévá i zpět do matematiky [25 ], [4 ].

I zde se hovoří o neobvyklé efektivitě logiky v informatice. Poněkud překvapivě tyto souvislosti dosáhly do aplikovaných a industriálních standardů – v této souvislosti dokonce o industriální logice (viz např. [ 27 ]). Citlivost k detailu a konkrétnímu (tedy jemnost skalpelu) je zajisté typická pro informatiku.

Abychom si porozuměli, uveďme příklad, vlastně celou třídu problémů. Velmi široká je oblast tzv. constraint programming, logic programming, s množstvím aplikací v reálných situacích (např. plánování a rozvrhování). Logický aparát zde představuje metodu flexibilní a věrnější modelovaným situacím. [1], [5]. Celá oblast leží na hranici operačního výzkumu, umělé inteligence a optimalizace.



Metody vyvinuté na řešení problémů např. různé druhy consistency, hill climbing, se dostaly do širokého infromatického povědomí. Není to však překvapivé. Problémy splňování formulí (a obecněji ověřování modelů) jsou klíčové problémy teoretické informatiky, které představují jádro teorie složitosti a příslušných hierarchií (je možno rovněž tyto problémy považovat za to, co zbylo z Hilbertova projektu formalizace a algoritmizace matematiky). Není tedy divu, že programování s omezenými podmínkami a problémy omezeného splňování (constraint satisfaction problems nebo zkráceně CSP) mají bohaté teoretické pozadí a souvislosti. Zmiňme se zde pouze, že celou problematiku je možno chápat hned několika způsoby

- v kontextu homomorfismů struktur
- v kontextu universální algebry a teorie kategorií
- v kontextu kombinatoriky (jako problémy barevnosti)
- v kontextu dynamických systémů.

(Přehled podává např. práce [5 ], [6 ] je úvodem do problematiky.) Je vlastně překvapivé, že tak (zdánlivě) jednoduchý problém (splňování formulí) má tak rozsáhlé souvislosti.

Cit k detailu a konkrétnímu (tedy jemnost skalpelu) je typický pro matematiku a teoretickou informatiku. Bylo tomu tak od nepaměti a moderní abstraktní a velmi obecné metody vesměs povstaly při řešení velmi konkrétních problémů někdy téměř hádanek (dva příklady za všechny: kreslení pomocí kružítka a pravítka; problém 4 barev). Většina z nás (výzkumníků) však tíhne k jednomu extrému: buď k abstrakci nebo konkrétnímu. Je to sociologický jev, pozorovatelný i v jiných vědcích. Je obtížné být současně na obou stranách spektra.

Tato dichotomie (konkrétní vs abstraktní) je jen jeden z příkladů duálních aspektů moderní matematiky a teoretické informatiky. Jiné příklady zahrnují dichotomii struktura vs náhoda, nebo mnohem techničtější problém dichotomie pro problémy CSP, lokální vs globální, malý vs velký, elegantní vs pracný a přízemní [15], přehledný vs složitý. Tyto dichotomie představují hybnou sílu současné vědy: o dichotomiích víme a obohacujeme jimi naše uvažování [24].

#### **4. Co je teoretická informatika?**

To je zajisté provokující otázka (zvláště na konci článku o teoretické informatice). Odpověď je zdánlivě snadná: Pro praktikující informatiky a matematiky představuje teoretická informatika teoretické pozadí informatiky. Učí se zpravidla v základních kursech a pokračuje na graduované a vědecké úrovni v menší komunitě (oproti informatice samotné). Práce v oboru se vyznačuje důrazem na matematickou stránku se svojí přesností, důkazy a elegancí.

Často se matematika a teoretická informatika slučuje (např. v panelech Evropské výzkumné rady ERC). Mnoha informatiky je tak teoretická informatika vnímána a považována za něco jiného, zatímco mnoha matematiky je také vnímána jako něco úplně jiného. V důsledku toho na některých akademických pracovištích nejsou vztahy jednoduché. Vždy jsem tvrdil, že je štěstím pro Univerzitu Karlovu, že jedna z nejsilnějších matematických skupin (KAM a ITI) je součástí Informatické sekce MFF UK. Vztahům teoretické informatiky a matematiky na MFF toto uspořádání zajisté prospívá. Vraťme se však k naší provokující otázce. Zatím jsme charakterizovali teoretickou informatiku opisem. Předmět ale učíme, předáváme dalším generacím žáků, co tedy obnáší? Co tam patří a co ne?

Není pochyb o tom, že teoretická informatika je blízká matematice, možná dokonce je to matematika vytvořená, nebo spíše inspirovaná, informatikou. Ale právě v této „definici“ je problém: informatika, na rozdíl od matematiky, je obrovská a široká disciplína, obor s industriálními rysy, s jinou hierarchií, velikou dynamikou, s vlivem průmyslu a (velkých) prostředků. Disciplína ve svých projevech utvářející budoucí společnost. Tímto směrem se matematika neubírá a ani ubírat nemůže. Matematika je kolébkou informatiky, ale dítě vyrostlo a podstatně přerostlo rodiče.

Co je tedy teoretická informatika? Nechci vyjmenovávat jednotlivé součásti, opakoval bych většině čtenářů známá fakta. Chci ale zdůraznit dynamičnost odpovědi a výzvy, kterým jsme v současnosti vystaveni při pokusu izolovat předmět teoretické informatiky. Většina součástí teoretické informatiky má původ v matematické logice a teorie složitosti, teorie algoritmů, datové struktury, teorie automatů jsou součástí většiny učebních plánů i vědeckých aktivit kateder doma i v zahraničí. Poněkud později k těmto klasickým oblastem přibýly diskrétní matematika, kombinatorika a teorie grafů jako účelné nástroje a zdroje poznatků [13] (např. extrémální a Ramseyova teorie, teorie sítí, teorie stromů, a také nové pohledy na prostor a aproximace a mnoho dalších). Rovněž celé partie algebry (a dokonce teorie kategorií), a od počátku teorie informace [22], byly integrovány do rozvoje teoretické informatiky. V poslední době narůstá vliv náhodných struktur, statistiky a příbuzných metod. Náhodné struktury a některé partie pravděpodobnosti a statistiky přinášejí nové poznatky, nový pohled a paradigmatu a mění založení celých částí teoretické informatiky. Ukázalo se totiž, že některé velmi technické poznatky o konečných strukturách (např. tzv. Szemerédiho lemma o regularitě) je přirozené interpretovat v kontextu teorie informace, limitních struktur, teorie pravděpodobnosti, nestandardní analýzy a ovšem rovněž kombinatoriky. Zvláštní číslo časopisu [11] je věnováno této problematice a pěkný popis obsahuje rovněž [2]. Tato nebyvalá relevance konečné kombinatoriky (a teoretické informatiky) ke klasickým partiím matematiky přispívá podstatně k mému přesvědčení, že nespécializace je podstatnou součástí

současného vývoje. Právě v oborech tak dynamicky se rozvíjejících jako je informatika a teoretická informatika, v oborech, kde je těžké předvídat vývoj, právě tam je třeba širokého rozhledu a zkušeností a citlivosti k podnětům z jiných (a někdy velmi vzdálených) oblastí.

Kdo by tušil, že teorie her se bude prolínat v podstatě celou teoretickou informatikou, že klasické problémy (a paradoxy) volebních systémů budou (po příslušném zobecnění) relevantní v teoretické informatice (např. při důkazu existence a studiu fázových přechodů booleovských funkcí). Jinou takovou překvapivou souvislostí je vznik nových hierarchií tříd složitosti definovaných pomocí rovnovážných stavů. Je to vlastně vývoj velmi přirozený a není překvapivý: internetové aukce a internetové obchodování je velmi nový jev. Souvislosti současné informatiky jsou globální a všudy přítomné. Informatika ovlivňuje společenské dění i revoluce, hospodářské podmínky (viz např. bankovní krize), módy a chování velkých skupin populace (např. mladých lidí), má sociologický dopad, mění filosofii [21] i estetické vnímání [18]. Kde je potom její teorie, teoretická informatika, která zaručí výchovu dalších generací? Patří do teoretické informatiky partie z ekonomie, sociologie, estetiky, nebo biologie?

Je snadné hromadit poznatky, ale položit ruku na tep doby (M.Ernst), vystihnout trendy a budoucí paradigmaty, je obtížné. A kdyby se to opravdu podařilo, potom v případě informatiky by se jednalo asi o obchodní, ne-li vojenské tajemství.

12 let vedu výzkumné centrum Institut Teoretické Informatiky (ITI) na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy. Snažím se ho vést jako centrum excelence mezinárodního významu. Musí to tak být, protože kolektiv pracovníků ITI ob stojí v jakémkoliv mezinárodním srovnání. V souvislostech tohoto článku je snad vhodné citovat část výzkumných cílů ITI z roku 2000 a 2005:

*„Centrum zahrnuje většinu oborů, o kterých se předpokládá, že budou líhni nových informačních technologií. Jako jediné pracoviště v ČR může a bude integrovat kapacitu nejlepších vědců v následujících oblastech výzkumu:*

- 1. Geometrické, strukturální a náhodné modely*
- 2. Teorie grafů, grafové algoritmy*
- 3. Kombinatorika, kombinatorické metody a algoritmy*
- 4. Pravděpodobnostní, aproximační a online algoritmy*
- 5. Algoritmy pro rozvrhování*
- 6. Formální sématika, formální verifikace*
- 7. Temporální logiky, model-checking*
- 8. Fuzzy logika a související struktury*

*Na základě konzultací s industriálními partnery byly pro první období fungování centra stanoveny tyto výzkumné priority*

*- Formální verifikace pravděpodobnostních systémů, distribuovaných softwarových systémů a systému s nekonečně mnoha stavy.*

*- Modely distribuovaných kryptografických protokolů a metodologie jejich analýzy.*

*- Aproximační a online algoritmy pro rozvrhování a související problémy. Tato oblast slouží jako teoretický základ pro návrh efektivních algoritmů pro síťové a distribuované systémy (rozdělení zátěže mezi servery, směrování s rovnoměrným zatížením sítě apod.).*

*- Pravděpodobnostní algoritmy pro online problémy. Použití náhodnosti v algoritmech významně snižuje riziko kolapsu systémů při jednostranné zátěži.*

*- Problematiky náhodných objektů a jejich konstrukce (derandomizace).*

*- Strukturální modely včetně použití vyšších kalkulů pro zpracování a algoritmizaci konkrétních diskrétních problémů. Do této oblasti náleží jak kombinatorika a teorie grafů, tak logické metody a problémy umělé inteligence a logické programování, fuzzy logiky a celá nová oblast tzv. soft computing.*

*- Studium obecných algebraických struktur. V návrhu se uplatňuje nejenom na badatelské úrovni (kde představuje jeden z nejúčinnějších přístupů ke složitosti přiřazovacích problémů) ale i v souvislosti s aplikovanými problémy obarvení (tzv. channel assignment problems), které vznikly v telekomunikačních souvislostech. Studium obecných struktur („modelů“) je přínosem rovněž při náhodném generování a modelování složitých dynamických objektů např. sítě web, kde se dosud hledá vhodný a adekvátní model. Současné modely využívají náhodné i strukturální prostředky (např. prohlížeče používají stacionární distribuci náhodných procesů). Naše teoretická zkoumání jsou pevně zakotvena v aplikacích.*

*- Vztah mezi determinismem a nedeterminismem*

*Ve všech těchto oblastech využije řešitelský tým předpokladů pro úspěšnou práci s ambicemi být hybnou silou teoretické informatiky v České republice ve všech jejích aspektech“.*

I po více než 10 letech jsou to cíle platné, ambiciózní a určující. Do jaké míry se nám je podařilo naplnit, se každý může přesvědčit (<http://iti.mff.cuni.cz>). Na jisté úrovni není problém mít kontakty v oboru, mít slušnou odezvu a odpovídající počet publikací. Problém je býti podstatným. ITI mělo a má za cíl být hybnou silou české teoretické informatiky. Teoretická informatika by měla být hybnou silou celé informatiky.

## 5. Literatura

Uvádím hlavní odkazy, které doplňují text. Jak zjistíte je tam více odkazů, které jsou dílem autora. K tomu připojím poznámku: Vlastní práce uvádím nikoliv proto, abych zdůraznil vlastní osobu, nebo vlastní podíl na vývoji. Uvádím je však jako doklad, že předchozí text není výplodem chvilkového rozmaru a nezodpovědného spekulování. A že jako opravdový dělník (viz výše) se uvedenou stavbou nějaký čas zaobírám.

- [1] R. Barták: On line guide to constraint programming (<http://kti.mff.cuni.cz/~bartak/constraints>).
- [2] Ch. Borgs, J. Chayes, L. Lovász, V.T. Sós, K. Vesztergombi.: Counting graph homomorphisms. In: Topics in Discrete Math. (M. Klazar, J. Kratochvíl, M. Loeb, J. Matoušek, R. Thomas, P. Valtr, eds.) Springer 2006, 315-372.
- [3] M. Fiedler: A property of eigenvectors of nonnegative symmetric matrices and its application to graph theory Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 25 (1975), No. 4, 619—633.
- [4] W.T. Gowers: Two cultures in Mathematics. In: Mathematics: Frontiers and Perspectives 2000. (V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax and B. Mazur, eds.), IMU (2000), 65-78.
- [5] P. Hell, J. Nešetřil: Colouring constraint satisfaction, and complexity, Computer Science Review, 2,3 (2008), 143-164.
- [6] P. Hell, J. Nešetřil: Graphs and homomorphism, Oxford University Press, 2004.
- [7] S. Hoory, N. Linial, A. Wigderson: Expander graphs and their applications, Bull.Amer.Math.Soc. 43 (2006), 439-561.
- [8] Integers (vedoucí redaktoři M. Nathanson, J. Nešetřil, C. Pommerance), elektronický časopis ([www.integers-ejcnt.org](http://www.integers-ejcnt.org)) a DeGruyter Verlag.
- [9] M. Jerrum and A. Sinclair: Approximate counting, uniform generation and rapidly mixing Markov chains. Inform. and Comput., 82(1):93-133, 1989.
- [10] J. Kahn, G. Kalai, and N. Linial: The influence of variables on boolean functions. In 29th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (White Planes), pages 68-80. IEEE Computer Society, 1988.
- [11] L. Lovász, J. Nešetřil, P. Ossona de Mendez, L. Schrijver (eds.): Homomorphisms and graph limits, European J. Comb. Vol. 32, 7 (2011).
- [12] A. Lubotzky, R. Phillips, and P. Sarnak: Ramanujan graphs. Combinatorica, 8(3):261-277, 1988.
- [13] J. Matoušek, J. Nešetřil: Kapitoly z diskrétní matematiky Karolinum 2008 (4. vydání) (německý, anglický, španělský, francouzský a japonský překlad).
- [14] V. Müller, H. Nešetřilová, J. Nešetřil, J. Pelant: Math Story. In: J. Pelant in memoriam. (V. Müller, J. Nešetřil, eds), ITI Series 2006-201 (101 p.).
- [15] J. Načeradský, J. Nešetřil, S. Tůma: Shadows of a coherence, Kant, Praha 2007 ISBN 078-80-86970-56-1.

- [16] J. Nešetřil: Modern dichotomies in mathematics and sciences with applications in individualized medicine problem solving, Kolokvium na Lékařské fakultě a na University of Pittsburg Medical Center, 6.7. 2010 (organizátor Petr Pančoška).
- [17] J. Nešetřil, P. Ossona de Mendez: Sparsity Graphs, Structures and Algorithms, Springer Verlag (vyjde 2011).
- [18] J. Nešetřil: Aesthetics for computers, or how to measure harmony. In: Visual mind II (M.Emmer, ed.) 2006, 35-58.
- [19] J. Nešetřil, E. Milková, H. Nešetřilová: Otakar Borůvka-origins of the MST problem, Discrete Math. 233 (2001), 3-36
- [20] A. M. Odlyzko: The decline of unfettered research, A. M. Odlyzko, version of October 4, 1995 a rovněž: We still need unfettered research, Research Technology Management, 39 (no. 1) (Jan.-Feb. 1996), pp. 9-11.
- [21] M. Petříček: Myšlení obrazem, Hermann a synové 2009.
- [22] C. E. Shannon: A mathematical theory of communication, Bell System Tech. J., 27:379-423, 623-656, 1948.
- [23] T. Tao and V. Vu: Additive Combinatorics, Cambridge Univ. Press, 2006.
- [24] T. Tao: The dichotomy between structure and randomness, arithmetic progressions, and the primes, to appear, ICM 2006 proceedings, ECM (2006), 581-608.
- [25] T. Tao: What is good mathematics? Bull.Amer.Math.Soc. 44 (2007), 623-634.
- [26] Shang-Hua Teng, D.A. Spielman: Spectral Partitioning Works: Planar graphs and finite element meshes, Linear Algebra and its Applications, 421, 2-3, 1, (2007), 284-305.
- [27] M. Vardi: Coxeter lecture Series (and Logic Begat Computer Science. When Giants Roamed the Earth; From Philosophical to Industrial Logics; Logic, Automata, Games and Algorithms). Fields Institute July 11-13, 2011.
- [28] E. Wigner, The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, Comm. Pure Appl. Math. 13 (1960).